

Министерство образования и науки РФ

ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УДК

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по науке
_____ Кружаев В.В.
«___» _____ 2013

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

В рамках выполнения п.2.1.1.1 Плана реализации мероприятий Программы развития Ур-
ФУ на 2013 год

ПО ТЕМЕ:
Теоретическое исследование реологических свойств бидисперсных магнитных жидкостей
(Заключительный)

Договор возмездного оказания услуг (выполнения работ, на создание произведения)
№2.1.1.1/50

Зав. кафедрой
математической физики
д.ф.-м.н., проф.

(подпись, дата)

А.О. Иванов

Научный руководитель
д.ф.-м.н., проф.

(подпись, дата)

А.Ю. Зубарев

Исполнитель

(подпись, дата)

Д.Н. Чириков

Екатеринбург 2013

Реферат

1. ФИО автора (ов): Чириков Дмитрий Николаевич, Chirikov Dmitry Nikolayevich.

2. Аннотация:

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию реологических свойств суспензии, состоящей из микронных намагничивающихся частиц в нанодисперсной феррожидкости. В последние годы, эти системы были синтезированы несколькими научными группами с целью повышения технологических свойств традиционных магнитных жидкостей. Предполагается, что микронные частицы под действием внешнего магнитного поля, образуют линейные цепочечные агрегаты. Анализ показывает, что присутствие магнитной жидкости может значительно увеличить магнитовязкий эффект в суспензии микронных частиц. В отличие от традиционной модели магнитореологических суспензий с цепочками, рассматривается эффект взаимного намагничивания частиц в цепочке. Оценки показывают, что этот эффект значительно увеличивает макроскопическое вязкое напряжение в суспензии, поэтому он должен быть принят во внимание при теоретическом описании и интерпретации экспериментов реологических свойств магнитных суспензий.

This work deals with theoretical study of rheological properties of a suspension of micron-sized magnetizable particles in a nanodisperse ferrofluid. For the recent years, these systems have been synthesized in several teams in order to enhance technological properties of traditional magnetic fluids. It assumed that the micron-sized particles, under the action of an applied magnetic field, form the linear chain-like aggregates. Analysis shows that the presence of the ferrofluid can significantly increase the magnetoviscous effect in the suspension of the micron-sized particles. Unlike the traditional models of magnetorheological suspensions with the chains, studied effect of the mutual magnetization of the particles in the chains. Estimates show that this effect significantly increases the macroscopical viscous stress in the suspension, that is why it must be taken into account while theoretical descriptions and interpretation of experiments on the rheological properties of magnetic suspensions.

3. Ключевые слова: реология, суспензии, физические свойства, rheology, suspensions, physical properties.

4. Тема отчета: теоретическое исследование реологических свойств бидисперсных магнитных жидкостей, theoretical study of the rheological properties of bidisperse magnetic fluids.

Содержание

Введение	<u>4</u>
Основная часть.....	<u>5</u>
1 Влияние нанодисперсной феррожидкости	<u>5</u>
2 Взаимодействие микронных частиц	<u>10</u>
Заключение.....	<u>14</u>
Список использованных источников.....	<u>15</u>
Приложение.....	<u>16</u>

Введение

В магнитореологических суспензиях (МРС) сильные магнитовязкие эффекты наблюдаются в широком диапазоне скоростей сдвига $\dot{\gamma}$. Однако эти суспензии неустойчивы по отношению к седиментации частиц, так как массивные не броуновские частицы МРС быстро оседают под действием гравитационного поля. Поэтому возникает идея синтеза магнитных суспензий, которые сочетали бы седиментационную устойчивость с сильными магнитореологическими свойствами. Оказывается, что сильно бидисперсные магнитные суспензии, состоящие из микронных намагничивающихся частиц, взвешенных в несущей нанодисперсной феррожидкости, удовлетворяют этим условиям [1-3].

Предполагается, что намагничивающиеся микронные частицы во внешнем поле объединяются в линейные цепочечные агрегаты. В традиционных моделях магнитных суспензий с цепочечными агрегатами пренебрегается эффектами взаимного подмагничивания частиц в цепочках [4,5]. Однако оценки показывают, что такое подмагничивание может существенно увеличить длину цепочек, следовательно, магнитореологические свойства этих систем.

В основной части теоретически исследуется влияние несущей феррожидкости на магнитовязкие свойства бидисперсной МРС и приводятся результаты анализа эффекта взаимного подмагничивания частиц в цепочке на реологические свойства монодисперсной МРС.

Основная часть

1. Влияние нанодисперсной феррожидкости

Рассмотрим суспензию намагничивающихся микронных частиц, взвешенных в нанодисперсной феррожидкости. Для таких микронных частиц броуновские эффекты, как правило, несущественны и пренебрегаются. Вблизи сферической микронной частицы локальное магнитное поле неоднородно, максимально вблизи полюсов частицы и минимально в ее экваториальной плоскости. В силу этого наиболее крупные частицы нанодисперсной феррожидкости могут конденсироваться вблизи полюсов микронной частицы. Такая конденсация сильно влияет на особенности структурирования и реологические свойства микронных частиц [1-3]. Далее будут использоваться следующие предположения:

1. Феррочастицы нанодисперсной феррожидкости одинаковы и настолько малы, что их конденсация вблизи полюсов микронных частиц несущественна.
2. Пренебрегается эффектом взаимного подмагничивания микронных частиц в цепочке. Расчет намагниченности микронной частицы M производится также, как и для изолированной частицы. Такое приближение часто используется в теории магнитореологических суспензий [4,5].

Пусть суспензия вовлечена в простое сдвиговое течение с градиентом скорости $\dot{\gamma}$, напряженность магнитного поля H направлена параллельно градиенту скорости течения. Рассматриваемая ситуация проиллюстрирована на рис. 1.

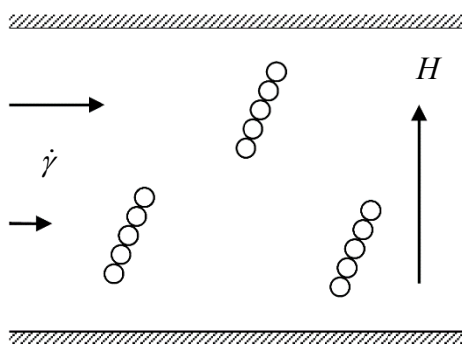


Рис. 1. Иллюстрация магнитной суспензии с цепочечными агрегатами

Намагниченность M микронной частицы в цепочке может быть оценена при помощи известной полуэмпирической формулы Флериха-Кеннели:

$$M = \chi H^{(i)}, \quad \chi = \frac{\chi_0 M_{satL}}{M_{satL} + \chi_0 H^{(i)}}. \quad (1)$$

Здесь $H^{(i)}$ – напряженность магнитного поля внутри микронной частицы; χ_0 – ее магнитная восприимчивость при нулевом поле; M_{satL} – намагниченность насыщения материала частиц; χ – магнитная восприимчивость микронной частицы в поле $H^{(i)}$.

Согласно закону Ланжевена, магнитную восприимчивость несущей феррожидкости можно рассчитать по следующей формуле:

$$\chi_f = \frac{M_{satf}}{H} L\left(\frac{\mu_0 m_s H}{kT}\right). \quad (2)$$

Здесь μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; H – напряженность магнитного поля внутри несущей феррожидкости; m_s – магнитный момент наночастицы; M_{satf} – намагниченность насыщения феррожидкости; L – функция Ланжевена.

Разлагая выражение (2) в ряд Тейлора, можно найти начальную восприимчивость несущей феррожидкости χ_{f0} :

$$\chi_{f0} = \frac{\mu_0 M_{satf} m_s}{3KT}. \quad (3)$$

Выражая магнитный момент m_s из (3) и подставляя эту величину в уравнение (2) получаем расчетное выражение для магнитной восприимчивости несущей феррожидкости:

$$\chi_f = \frac{M_{satf}}{H} L\left(\frac{3H\chi_{f0}}{M_{satf}}\right). \quad (4)$$

Очевидно, что χ_f зависит от напряженности магнитного поля внутри несущей феррожидкости. Из неоднородности магнитного поля вблизи цепочки следует неоднородность магнитной восприимчивости несущей феррожидкости χ_f . Далее будем пренебрегать этим достаточно тонким эффектом. Тогда известные соотношения магнитостатики [6] для сферической частицы во внешнем поле позволяют получить следующее уравнение:

$$H^{(i)} + \frac{M}{3} + \frac{2\chi_f H^{(i)}}{3} = (1 + \chi_f)H. \quad (5)$$

Комбинируя выражения (1) и (5) получаем уравнение относительно $H^{(i)}$:

$$H^{(i)} + \frac{\chi_0 H^{(i)} M_{satL}}{3(M_{satL} + \chi_0 H^{(i)})} + \frac{2\chi_f H^{(i)}}{3} = (1 + \chi_f)H \quad (6)$$

и решение этого уравнения:

$$H^{(i)} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{A_1^2 + \frac{12(1 + \chi_f)HM_{satL}}{\chi_0(2\chi_f + 3)}} - A_1 \right], \quad A_1 = \frac{M_{satL}(3 + \chi_0 + 2\chi_f) - 3\chi_0 H}{\chi_0(2\chi_f + 3)}. \quad (7)$$

Зависимость намагниченности микронной частицы M от величины внешнего магнитного поля H проиллюстрирована на рис. 2.

В данной работе, ради максимальной простоты анализа, будем ограничиваться случаем линейной зависимости намагниченности микронной частицы от напряженности магнитного поля внутри этой частицы:

$$M = \chi_0 H^{(i)}. \quad (8)$$

Линейный закон (8) с большой степенью точности соответствует закону Флериха-Кеннели при малой и умеренной напряженности внешнего магнитного поля H . Однако при сильном магнитном поле этот закон расходится с законом Флериха-Кеннели и не отражает характер насыщения, который проиллюстрирован на рис. 2.

Учитывая, что магнитная восприимчивость χ_0 частиц МРС велика и используя результаты [6], можно получить следующую оценку зависимости намагниченности микронной частицы M от напряженности магнитного поля H внутри несущей феррожидкости:

$$M = 3(\chi_f + 1)H. \quad (9)$$

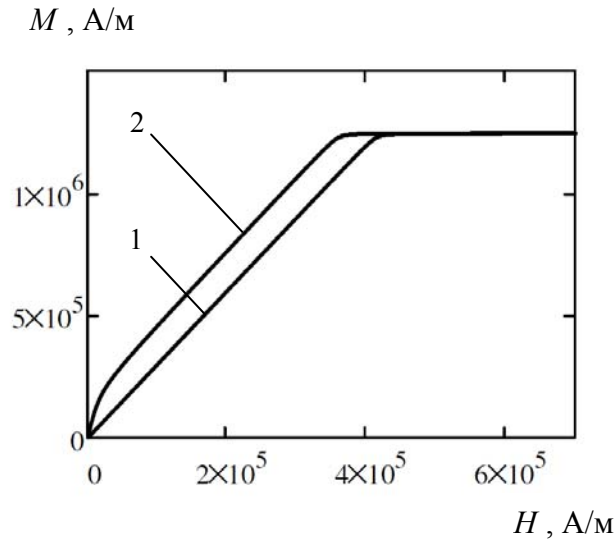


Рис. 2. Зависимость намагниченности микронной частицы M от напряженности внешнего магнитного поля H . Параметры системы: магнитная восприимчивость микронной частицы при нулевом поле $\chi_0 = 15000$; намагниченность насыщения материала частиц $M_{satL} = 1245$ кА/м; начальная магнитная восприимчивость несущей феррожидкости $\chi_{f0} = 3,05$; намагниченность насыщения феррожидкости $M_{satf} = 56$ кА/м. Цифры у кривых: 1 – феррожидкость отсутствует; 2 – феррожидкость присутствует.

Таким образом намагниченность микронной частицы практически не зависят от величины χ_0 .

Вариация свободной энергии микронной частицы может быть представлена в виде:

$$\delta F = -\mu_0 \int (\chi_0 - \chi_f) \mathbf{H}^{(i)} \delta \mathbf{H}_e d\nu_L, \quad \nu_L = \frac{\pi d_L^3}{6}. \quad (10)$$

Здесь d_L – диаметр микронной частицы; ν_L – объем микронной частицы.

Это формула следует из [6], а при линейной связи намагниченности микронной частицы и напряженности магнитного поля этот результат представлен в [7].

Оценим свободную энергию диполь-дипольного взаимодействия двух микронных частиц F_{dd} , которая зависит от расстояния между центрами двух частиц R . Заметим, что для сферической частицы внутреннее поле $H^{(i)}$ является однородным. Под δH_e здесь подразумевается вариация того внешнего поля, создаваемого одной из двух частиц в точке с координатами центра другой частицы при отсутствии этой же частицы. Предполагается, что магнитный момент частиц зависит только от напряженности внешнего магнитного поля H , следовательно напряженность магнитного поля внутри микронной частицы не

зависит от напряженности магнитного поля, создаваемого другой микронной частицей H_e . Учитывая вышесказанное, пишем:

$$F_{dd} = -\mu_0(\chi_0 - \chi_f)\mathbf{H}^{(i)}\mathbf{H}_e v_L. \quad (11)$$

Решение магнитостатической задачи для микронной частицы с магнитной проницаемостью μ , окруженной несущей феррожидкостью с магнитной проницаемостью μ_f , сводится к такой же задаче для микронной частицы с магнитной проницаемостью μ/μ_f , находящейся в вакууме. Следовательно, выражение для \mathbf{H}_e можно записать как:

$$\mathbf{H}_e = \frac{v_L(\chi_0 - \chi_f)(3H^{(i)}\mathbf{n} \cos \theta - \mathbf{H}^{(i)})}{4\pi R^3(1 + \chi_f)}. \quad (12)$$

Здесь \mathbf{n} – единичный вектор, направленный вдоль прямой, соединяющей центры обеих микронных частиц; θ – угол между вектором \mathbf{n} и вектором напряженности внешнего магнитного поля;

Подставляя выражение (12) в (11), получаем важное соотношение для свободной энергии диполь-дипольного взаимодействия:

$$F_{dd} = -\frac{\mu_0 v_L^2 [H^{(i)}]^2 (\chi_0 - \chi_f)^2 (3 \cos^2 \theta - 1)}{4\pi R^3 (1 + \chi_f)},$$

учитывая линейное выражение (8) и особенность χ_0 , упростим F_{dd} :

$$F_{dd} = -\frac{9\mu_0 H^2 v_L^2 (1 + \chi_f) (3 \cos^2 \theta - 1)}{4\pi R^3}. \quad (13)$$

Исходя из этой формулы можно без труда найти компоненту вдоль оси цепочки силы магнитного притяжения между ближайшими частицами f_m и магнитный момент силы Γ_m , стремящийся выстроить цепочку вдоль поля:

$$f_m = \left. \frac{\partial F_{dd}}{\partial R} \right|_{R=d_L}, \quad f_m = \frac{3\pi\mu_0 H^2 d_L^2 (1 + \chi_f) (3 \cos^2 \theta - 1)}{16}, \quad \Gamma_m = (n-1) \left. \frac{\partial F_{dd}}{\partial \theta} \right|_{R=d_L}, \quad (14)$$

$$\Gamma_m = \frac{9\mu_0 H^2 v_L (n-1) (1 + \chi_f) \sin \theta \cos \theta}{4}.$$

Притяжение микронных частиц обуславливается не только силой магнитного притяжения, но и короткодействующей силой стерического взаимодействия f_{st} между микронными и нано частицами. По определению эта сила выражается через свободную энергию F_{st} стерического взаимодействия наночастиц и двух микронных частиц, центры которых расположены на расстоянии R :

$$f_{st} = \left. \frac{\partial F_{st}}{\partial R} \right|_{R=d_L}. \quad (15)$$

Свободную энергию F_{st} можно оценить, основываясь на результатах работы [8]:

$$F_{st} = -\frac{kT\varphi_s V_{ex}}{v_s}; \quad V_{ex} = \frac{\pi(d_L - R + d_s)^2 (R + 2d_L + 2d_s)}{12}; \quad v_s = \frac{\pi d_s^3}{6}. \quad (16)$$

Здесь d_s – диаметр микронной частицы; v_s – объем микронной частицы; φ_s – объемная доля нанодисперсных частиц в феррожидкости; V_{ex} – исключенный объем, который

создается перекрыванием двух сфер диаметром $d_L + d_s$, центры которых расположены на расстоянии R .

Подставляя (16) в (15), получаем выражение силы стерического взаимодействия f_{st} :

$$f_{st} = \frac{3kT\varphi_s(2d_L + d_s)}{2d_s^2}. \quad (17)$$

Расчеты показывают, что f_m примерно на три порядка больше, чем f_{st} , поэтому силой стерического взаимодействия будем пренебрегать.

Размер цепочек, образованных микронными частицами, определяется балансом сил магнитного притяжения частиц в цепочке и гидродинамическими силами, разрушающими цепочку. Следуя [4,5] оценим число частиц n в цепочке из условия равенства компонент вдоль оси цепочки силы магнитного притяжения между ближайшими частицами f_m и гидродинамической силы f_h , разрушающей эту цепочку. Вывод выражения для величин f_h можно найти в [4,5]. Используя результаты этих работ, получаем:

$$f_h = \frac{3\pi\dot{\gamma}d_L^2\eta_f(n^2 - 1)\sin\theta\cos\theta}{8}, \quad \eta_f = \eta_0\left(1 + \frac{5}{2}\varphi_s\right). \quad (18)$$

Здесь η_f – вязкость феррожидкости; η_0 – вязкость жидкости растворителя (вакуумное масло).

Согласно [4,5], получаем выражение для гидродинамического момента Γ_h , стремящегося отклонить цепочку от направления магнитного поля в направление скорости течения среды:

$$\Gamma_h = \frac{\pi n(n^2 - 1)d_L^3\dot{\gamma}\eta_f\cos^2\theta}{4}. \quad (19)$$

Угол θ определяется балансом Γ_n^h и Γ_n^m :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2\dot{\gamma}\eta_f n(n+1)}{3\mu_0 H^2(1 + \chi_f)}. \quad (20)$$

Равенство сил f_h и f_m приводит к уравнению четвертой степени относительно максимального числа частиц в цепочке n_c :

$$n_c^4 + \frac{5n_c^3}{4} - \frac{n_c^2}{2} - \frac{3n_c}{4} - \frac{9\mu_0^2 H^4(1 + \chi_f)^2}{8\dot{\gamma}^2\eta_f^2} = 0. \quad (21)$$

Так как для микронных частиц броуновские эффекты не существенны, количество этих частиц, которые входят в состав цепочечных агрегатов определяется исключительно n_c . Тогда, стационарное вязкое напряжение σ , возникающее в суспензии, может быть найдено из следующего соотношения (см. [9]):

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_a, \quad \sigma_a = \frac{\varphi_L \Gamma_m}{2n_c \nu_L}, \quad (22)$$

$$\sigma_s = \eta_f \dot{\gamma} \left[1 + \varphi_L \left[\alpha_n + \frac{1}{2}(\zeta_n + \beta_n \lambda_n) + \frac{1}{2}\beta_n \cos(2\theta_n) + (\chi_n - 2\beta_n \lambda_n) \sin^2 \theta_n \cos^2 \theta_n \right] \right].$$

Здесь σ_a – антисимметричная часть напряжения; σ_s – симметричная часть напряжения; φ_L – объемная доля микронных частиц. Кинетические коэффициенты $\alpha_n, \dots, \lambda_n$ определяются формой эллипсоида вращения и приведены в приложении. На рис. 3 проиллюстрировано влияние нанодисперсной феррожидкости на напряжение σ .

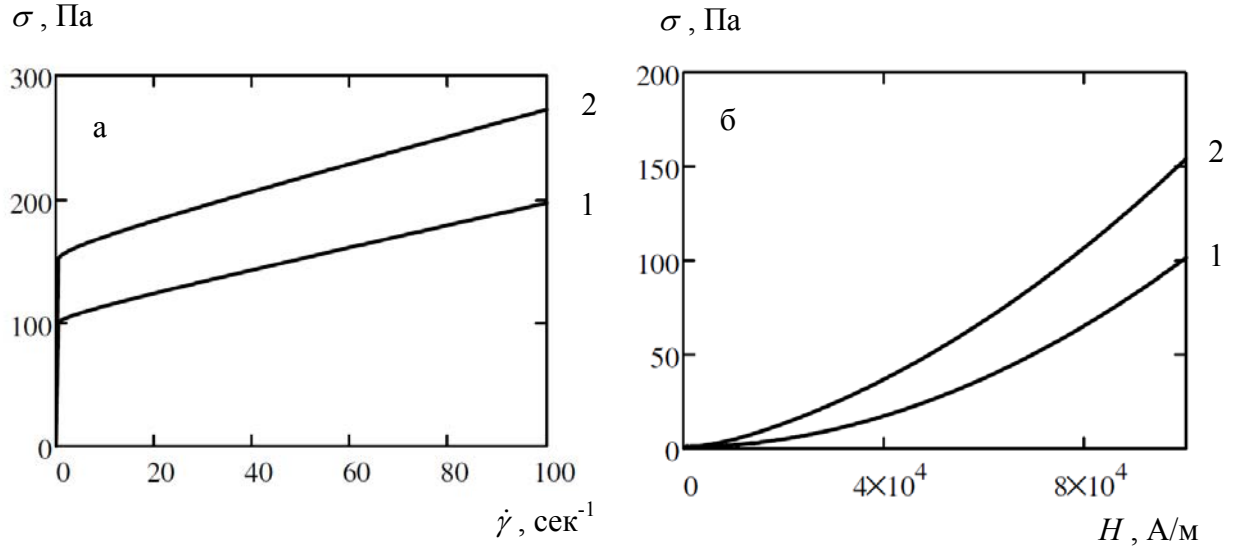


Рис. 3. Зависимость напряжения σ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ – (а) и от напряженности магнитного поля внутри несущей феррожидкости H – (б). Параметры системы: вязкость жидкости растворителя $\eta_0 = 0,85$ Па·с; диаметр микронной частицы $d_L = 1$ мкм; объемная доля нанодисперсных частиц в феррожидкости $\varphi_s = 0,086$; объемная доля микронных частиц $\varphi_L = 0,0127$. Цифры у кривых: 1 – феррожидкость отсутствует; 2 – феррожидкость присутствует.

2. Влияние нанодисперсной феррожидкости

Задача второй части работы – теоретическое изучение реологических эффектов в МРС с учетом взаимного подмагничивания микронных частиц в цепочке. Для того, чтобы упростить математические расчеты, введем следующие допущения:

1. Несущая феррожидкость отсутствует, поэтому $\chi_f = 0$.
2. Модуль и направления магнитных моментов у всех микронных частиц одинаковы.
3. Намагниченность микронной частицы M однородна по ее объему.

Рассмотрим цепочку, состоящую из n -частиц, помещенную во внешнее магнитное поле H . Под действием гидродинамического течения ось цепочки отклоняется от направления магнитного поля на угол θ . Так как магнитные моменты частиц m в цепочке взаимодействуют друг с другом, то вектор \mathbf{m} отклонен от вектора \mathbf{H} на угол ψ , который пока неизвестен. Очевидно, что $0 \leq \psi \leq \theta$. Введем декартовую систему координат, ось z направив вдоль магнитного поля, ось x – вдоль скорости течения.

Найдем модуль вектора магнитного момента микронной частицы \mathbf{m} . Для этого, применяя соотношения магнитостатики [6] в проекции на ось z для k -ой сферической частицы, входящей в состав цепочки, получаем:

$$H_{zk}^{(i)} + \frac{M_{zk}}{3} = H_{z\Sigma}, \quad M_{zk} = \frac{m_k \cos \psi}{\nu_L}, \quad H_{zk}^{(i)} = \frac{m_k \cos \psi}{\chi_0 \nu_L}. \quad (23)$$

Здесь $H_{zk}^{(i)}$ – проекция на ось z напряженности магнитного поля внутри k -ой частицы; $H_{z\Sigma}$ – проекция на ось z суммарной напряженности внешнего магнитного поля; M_{zk} – проекция на ось z намагниченности k -ой частицы; m_k – магнитный момент k -ой частицы.

Проекция суммарной напряженности внешнего магнитного поля $H_{z\Sigma}$ представима в виде:

$$H_{z\Sigma} = H + \sum_{j=1}^{k-1} H_{zj} + \sum_{j=k+1}^n H_{zj}, \quad H_{zj} = \frac{3(n_x m_k \sin \psi + n_z m_k \cos \psi) n_z - m_k \cos \psi}{4\pi d_L^3 (|j-k|)^3}, \quad (24)$$

$$n_z = \cos \theta, \quad n_x = \sin \theta.$$

Здесь \mathbf{n} – единичный вектор, направленный вдоль оси цепочки.

Объединяя выкладки (23) и (24) получаем уравнение относительно m_k :

$$\frac{m_k (\chi_0 + 3) \cos \psi}{3\chi_0} = H\nu_L + \frac{3 \cos(\psi - 2\theta) + \cos \psi}{48} \left[\sum_{j=1}^{k-1} \frac{m_k}{(|j-k|)^3} + \sum_{j=k+1}^n \frac{m_k}{(|j-k|)^3} \right]$$

или

$$\frac{m_k \cos \psi}{3} = H\nu_L + \frac{3 \cos(\psi - 2\theta) + \cos \psi}{48} \left[\sum_{j=1}^{k-1} \frac{m_k}{(|j-k|)^3} + \sum_{j=k+1}^n \frac{m_k}{(|j-k|)^3} \right]. \quad (25)$$

Поскольку модуль магнитных моментов у всех микронных частиц одинаков, то после несложных математических преобразований получаем выражение для модуля магнитного момента:

$$\frac{m \cos \psi}{3} = H\nu_L + \frac{m \Sigma [3 \cos(\psi - 2\theta) + \cos \psi]}{24n}, \quad (26)$$

$$\Sigma = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left[\sum_{j=1}^{k-1} \frac{1}{(|j-k|)^3} + \sum_{j=k+1}^n \frac{1}{(|j-k|)^3} \right] = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n-k}{k^3}, \quad m = \frac{24Hn\nu_L}{(8n - \Sigma) \cos \psi - 3\Sigma \cos(\psi - 2\theta)}.$$

Повторяя выкладки (23) – (26) в проекции на ось x , приходим к уравнению из которого можно найти угол ψ :

$$\sin \psi = \frac{\Sigma [\sin \psi - 3 \sin(\psi - 2\theta)]}{8n}, \quad \psi = \operatorname{arccot} \left(\frac{3\Sigma \cos^2 \theta - 2\Sigma + 4n}{3\Sigma \cos \theta \sin \theta} \right). \quad (27)$$

Определим, насколько достоверна модель, предложенная в этой части работы. Для этого выполним сравнительные расчеты магнитного момента m микронной частицы, входящей в состав цепочечного агрегата согласно предложенной модели и используя более точные результаты расчетов программы FEMM, в которых учитывается неоднородность магнитного поля внутри микронной частицы и нелинейность намагниченности от напряженности магнитного поля внутри этой микронной частицы. Результаты расчетов представлены в таблице 1. Полученные результаты совпадают по порядку величины и расхождение этих результатов невелико, поэтому предложенную нами модель можно считать адекватной.

В рамках допущений свободная энергия F цепочки, состоящей из n -частиц, запишется следующим образом:

$$F = -\frac{\mu_0 n m H \cos \psi}{2} + \frac{\mu_0 m^2 \Sigma [1 - 3 \cos^2(\psi - \theta)]}{24 \nu_L}. \quad (28)$$

Таблица 1. Сопоставление результатов расчета магнитного момента m микронной частицы.

Число частиц в цепочке	Магнитный момент, А·м ²	
	Используемая модель	FEMM
1	$1,571 \cdot 10^{-13}$	$1,557 \cdot 10^{-13}$
2	$2,094 \cdot 10^{-13}$	$2,301 \cdot 10^{-13}$
3	$2,432 \cdot 10^{-13}$	$2,747 \cdot 10^{-13}$
4	$2,666 \cdot 10^{-13}$	$3,027 \cdot 10^{-13}$
5	$2,838 \cdot 10^{-13}$	$3,221 \cdot 10^{-13}$
6	$2,969 \cdot 10^{-13}$	$3,354 \cdot 10^{-13}$

Повторяя обсужденные выше рассуждения, определяем угол θ и максимальное число частиц в неразрушенной цепочке n_c . Так как несущая феррожидкость отсутствует, то выражения (18) и (19) принимают вид:

$$f_h = \frac{3\pi d_L^2 \eta_0 (n^2 - 1) \sin \theta \cos \theta}{8}, \quad \Gamma_h = \frac{\pi n (n^2 - 1) d_L^3 \dot{\gamma} \eta_0 \cos^2 \theta}{4}. \quad (29)$$

Производя элементарные математические преобразования, получаем выражение для магнитного момента сил Γ_n^m , стремящегося выстроить цепочку вдоль магнитного поля

$$\Gamma_m = \frac{dF}{d\theta}, \quad \Gamma_m = \frac{36\mu_0 H^2 \nu_L \Sigma n^3 (8n - \Sigma) \sin \theta \cos \theta}{(2n - \Sigma)^2 (\Sigma + 4n)^2}. \quad (30)$$

Найдем силу f_m магнитного притяжения кластеров в цепочке. Учитывая уже известное значение для магнитного момента цепочки, получаем:

$$f_m = \frac{d}{dR} \left[\frac{18\mu_0 H^2 \nu_L^2 n^2 [3(\Sigma^2 + 8n^2) \sin^2 \theta - (\Sigma + 4n)^2]}{\pi (2n - \Sigma)^2 (\Sigma + 4n)^2} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{(R + 2id_L)^3} \right]_{R=d_L}, \quad (31)$$

$$f_m = \frac{3\pi\mu_0 H^2 d_L^2 n^2 \Sigma_d [(\Sigma + 4n)^2 - 3(\Sigma^2 + 8n^2) \sin^2 \theta]}{2(2n - \Sigma)^2 (\Sigma + 4n)^2}, \quad \Sigma_d = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{(2i+1)^4}.$$

Сумма Σ_d приблизительно равна единице, поэтому для упрощения последующих выкладок можно записать:

$$f_m = \frac{3\pi\mu_0 H^2 d_L^2 n^2 [(\Sigma + 4n)^2 - 3(\Sigma^2 + 8n^2) \sin^2 \theta]}{2(2n - \Sigma)^2 (\Sigma + 4n)^2}. \quad (32)$$

Приравнявая магнитный момент силы Γ_m к гидродинамическому моменту силы Γ_h , получаем выражение для угла θ :

$$\tan \theta = \frac{\eta_0 \dot{\gamma} (n^2 - 1) (2n - \Sigma)^2 (\Sigma + 4n)^2}{24 \mu_0 H^2 \Sigma n^2 (8n - \Sigma)}. \quad (33)$$

Равенство магнитной притягивающей f_m и гидродинамической разрушающей f_h сил приводит к нелинейному уравнению относительно числа n_c которое можно решить численно:

$$\frac{\eta_0^2 \dot{\gamma}^2 (n_c^2 - 1)^2 (2n_c - \Sigma)^2 (\Sigma + 4n_c)^2 (10 \Sigma n_c - \Sigma^2 + 2n_c^2)}{36 \mu_0 H^2 \Sigma^2 n_c^2 (8n_c - \Sigma)^2} + \frac{4 \mu_0 H^2 n_c^2}{(2n_c - \Sigma)^2} = 0. \quad (34)$$

Подставляя полученные результаты в выражение (22), находим напряжение σ . Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 4.

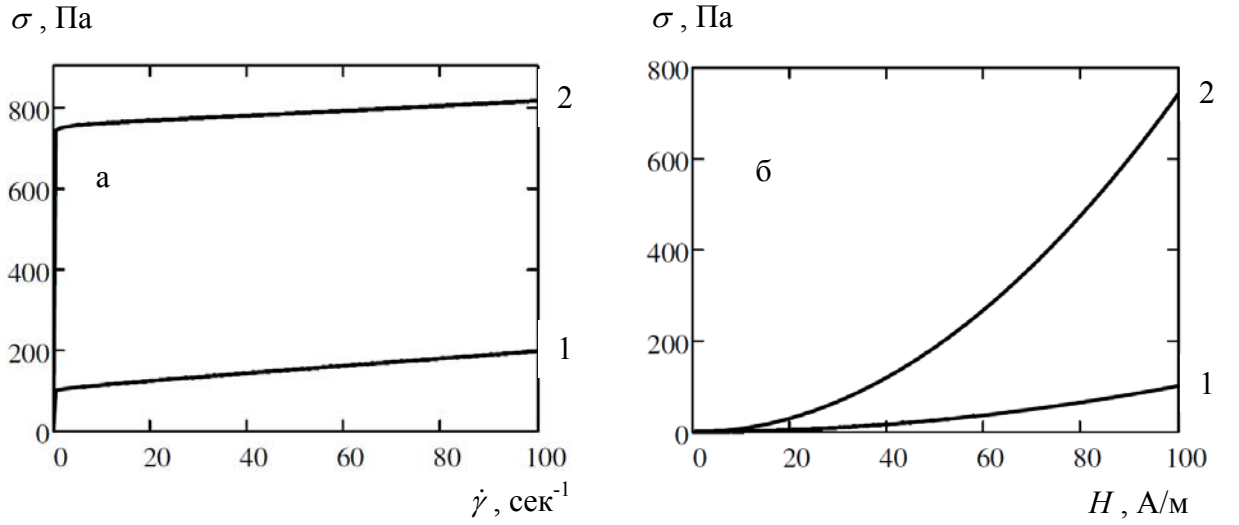


Рис. 4. Сопоставление результатов зависимости напряжения σ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ – (а) и от напряженности внешнего магнитного поля H – (б) с учетом – 2 и без учета – 1 взаимного подмагничивания частиц в цепочке.

Заключение

Выполненный теоретический анализ показывает, что добавление в феррожидкость МРС с микронными намагничивающихся частицами может привести к довольно значительному увеличению макроскопического вязкого напряжения в суспензии. Взаимное намагничивание микронных частиц в цепочке увеличивает магнитный момент частицы, и, как следствие, приводит к значительному увеличению макроскопического напряжения в МРС. Этот эффект необходимо учитывать при интерпретации экспериментов и расчета реологических свойств магнитореологических суспензий.

Список использованных источников

1. M.T. Lopez-Lopez, G. Bossis, J.D.G. Duran, A. Gomez-Ramirez, P. Kuzhir, L. Iskakova and A.Yu. Zubarev // Journal of Nanofluids 2003. V. 2 P. 85-93.
2. C. Magnet, P. Kuzhir, G. Bossis, A. Meunier, L. Suloeva and A. Zubarev // Physical Review E 2012. V. 86 P. 011404.
3. M.T. Lopez-Lopez, A.Yu. Zubarev, G. Bossis // Soft Matter 2010. V. 6 P. 4346-4349.
4. J. Martin, R. Andreson // J. Chem. Phys. 1996. V. 104 P. 4814-4827.
5. A.Yu. Zubarev, L.Yu. Iskakova // Physica A. 2007. V. 382. P. 378-388.
6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц Теоретическая физика: Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. 4-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
7. G. Bossis, E. Lemaire, O. Volkova, H. Clerix // J. Rheol. 1997 V. 41 P. 687.
8. A.Yu Zubarev, L.Yu. Iskakova // Physica A 2004. V. 335 P. 314-324.
9. В.Н. Покровский Статистическая гидромеханика разбавленных суспензий. М.: Наука, 1977.

Приложение

Значения кинетических коэффициентов, фигурирующих в (22) для напряжения σ .

$$\alpha_n = \frac{1}{n\alpha'_0}, \quad \beta_n = \frac{2(n^2-1)}{n(n^2\alpha'_0 + \beta'_0)}, \quad \zeta_n = \frac{4}{n\beta'_0(n^2+1)} - \frac{2}{n\alpha'_0}, \quad \chi_n = \frac{2\alpha''_0}{n\alpha'_0\beta''_0} - \frac{8}{n\beta'_0(n^2+1)} + \frac{2}{n\alpha'_0},$$
$$\lambda_n = \frac{n^2-1}{n^2+1}.$$

Здесь

$$\alpha_0 = -\frac{1}{n^2-1} \left[\frac{2}{n} + \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \ln(2n^2-1-2n\sqrt{n^2-1}) \right],$$
$$\beta_0 = \frac{1}{n^2-1} \left[n - \frac{1}{2\sqrt{n^2-1}} \ln(2n^2-1+2n\sqrt{n^2-1}) \right],$$
$$\alpha'_0 = \frac{1}{4(n^2-1)^2} \left[n(2n^2-5) - \frac{3}{2\sqrt{n^2-1}} \ln(2n^2-1-2n\sqrt{n^2-1}) \right],$$
$$\beta'_0 = \frac{1}{(n^2-1)^2} \left[\frac{n^2+2}{n} - \frac{3}{2\sqrt{n^2-1}} \ln(2n^2-1+2n\sqrt{n^2-1}) \right],$$
$$\alpha''_0 = \frac{1}{4(n^2-1)^2} \left[n(2n^2+1) - \frac{4n^2-1}{2\sqrt{n^2-1}} \ln(2n^2-1+2n\sqrt{n^2-1}) \right],$$
$$\beta''_0 = -\frac{1}{(n^2-1)^2} \left[3n + \frac{2n^2+1}{2\sqrt{n^2-1}} \ln(2n^2-1-2n\sqrt{n^2-1}) \right].$$

В процессе работы наиболее важные результаты были опубликованы в сборнике тезисов: Зубарев А.Ю., Чириков Д.Н., Радионов А.В. // К теории реологических свойств бидисперсных магнитных жидкостей. IV Всероссийская научная конференция. Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем. Сборник научных трудов, Ставрополь, 2013. С. 101-106.

Планируется публикация полученных результатов в J. Appl. Physics.